Multiplikation von Summentermen

Beispiel:

Ein rechteckiges Grundstück mit der Länge 16 m und der Breite 8 m soll vergrößert werden.
Bei der Länge kommen noch 4 m und bei der Breite 2 m dazu.
Bestimmen Sie die Fläche des neuen rechteckigen Grundstücks.

$$\underbrace{(16\ \text{m}+4\ \text{m})}_{a}\cdot(8\ \text{m}+2\ \text{m}) \overbrace{=}^{\text{Anwendung des Distributivgesetzes}} a\cdot(8\ \text{m}+2\ \text{m})=a\cdot 8\ \text{m}+a\cdot 2\ \text{m} \overbrace{=}^{\text{D-Gesetz}}$$

$$(16\ \text{m}+4\ \text{m})\cdot 8\ \text{m}+(16\ \text{m}+4\ \text{m})\cdot 2\ \text{m}=16\ \text{m}\cdot 8\ \text{m}+4\ \text{m}\cdot 8\ \text{m}+16\ \text{m}\cdot 2\ \text{m}+4\ \text{m}\cdot 2\ \text{m}=$$

$$128\ \text{m}^2+32\ \text{m}^2+32\ \text{m}^2+8\ \text{m}^2=200\ \text{m}^2$$

Zwei Summen werden multipliziert, indem man jeden Summanden der ersten Klammer mit allen Summanden der zweiten Klammer multipliziert und die Produkte addiert.
$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d$

Aufgaben:

1 $(p+q)\cdot(x+y)$
2 $(4+x)(3x+2)$
3 $(a+b)(c-d)$
4 $(a-b)(c-d)$
5 $(2+z)(4z-5)$
6 $(7-2y)(5x-3y)$
7 $(2x+1)(6y+5)$
8 $(8x+3y)(12x+7y)$
9 $(x^2+2x)(3y^2+y)$
10 $(22p-18q)(15p+9q)$
11 $(8z^2-5z)(2z^2+4)$
12 $\left(2p^2-\frac{3}{4}q^2\right)\left(\frac{1}{3}p-\frac{2}{5}q\right)$
13 $(-2x+y)(-x-3y)$

Lösungen zu den Aufgaben:

1 $(p+q)\cdot(x+y)=p\cdot x+p\cdot y+q\cdot x+q\cdot y$

2 $(4+x)(3x+2)=12x+8+3x^2+2x=3x^2+14x+8$

3 $(a+b)(c-d)=a\cdot c-a\cdot d+b\cdot c-b\cdot d$

4 $(a-b)(c-d)=a\cdot c-b\cdot c-a\cdot d+b\cdot d$

5 $(2+z)(4z-5)=8z-10+4z^2-5z=4z^2+3z-10$

6 $(7-2y)(5x-3y)=35x-21y-10xy+6y^2$

7 $(2x+1)(6y+5)=12xy+10x+6y+5$

8 $(8x+3y)(12x+7y)=96x^2+56xy+36xy+21y^2=96x^2+92xy+21y^2$

9 $(x^2+2x)(3y^2+y)=3x^2y^2+x^2y+6xy^2+2xy$

10 $(22p-18q)(15p+9q)=330p^2+198pq-270pq-162q^2=330p^2-72pq-162q^2$

11 $(8z^2-5z)(2z^2+4)=16z^4+32z^2-10z^3-20z$

12 $\left(2p^2-\frac{3}{4}q^2\right)\left(\frac{1}{3}p-\frac{2}{5}q\right)=\frac{2}{3}p^3-\frac{4}{5}p^2q-\frac{1}{4}pq^2+\frac{3}{10}q^3$

13 $(-2x+y)(-x-3y)=2x^2+6xy-xy-3y^2=2x^2+5xy-3y^2$

Mehrgliedrige Summenterme

Beispiel:

$$(a-b)\underbrace{(c-d+e)}_{s}=(a-b)\cdot s=a\cdot s-b\cdot s=$$

$$a\cdot(c-d+e)-b\cdot(c-d+e)=ac-ad+ae-bc+bd-be$$

Man multipliziert zwei Summen miteinander, indem man jedes Glied der ersten Summe mit jedem Glied der zweiten Summe (unter Berücksichtigung der Vorzeichen) multipliziert und diese Produkte addiert.

Aufgaben:

1 $(3x+4)(2-5x-7y)$

2 $(2-3x+z)(-z+9-6x)$

3 $(7x+4y)(9x+8y)-(12x-5y)(17x+8y)$

4 $-a^2(2a-1)(a^2+2)$

5 $(a-7)(a+4)+(3a^2-a+3)\cdot a$

6 $\left(\frac{2}{3}p^2-\frac{2}{5}q^2\right)\left(\frac{4}{3}p^2-\frac{3}{2}pq+\frac{3}{5}q^2\right)$

7 $3p(6p+11)-(6p-5)(3p+8)$

8 $26pq-(9p-8q)(5p+2q)-(4q-3p)(15p+4q)$

9 $(-s^2+s-2)(8s-5)$

Jochen Weber

Lösungen zu den Aufgaben:

1 $(3x+4)(2-5x-7y)=6x-15x^2-21xy+8-20x-28y=-15x^2-14x-21xy+8-28y$

2 $(2-3x+z)(-z+9-6x)=-2z+18-12x+3xz-27x+18x^2-z^2+9z-6xz=$
$7z+18-39x-3xz+18x^2-z^2$

3 $(7x+4y)(9x+8y)-(12x-5y)(17x+8y)=$
$63x^2+56xy+36xy+32y^2-(204x^2+96xy-85xy-40y^2)=$
$63x^2+56xy+36xy+32y^2-204x^2-96xy+85xy+40y^2=$
$-141x^2+81xy+72y^2$

4 $-a^2(2a-1)(a^2+2)=-a^2(2a^3+4a-a^2-2)=-2a^5-4a^3+a^4+2a^2$

5 $(a-7)(a+4)+(3a^2-a+3)\cdot a=a^2+4a-7a-28+3a^3-a^2+3a=3a^3-28$

6 $\left(\frac{2}{3}p^2-\frac{2}{5}q^2\right)\left(\frac{4}{3}p^2-\frac{3}{2}pq+\frac{3}{5}q^2\right)=$
$\frac{8}{9}p^4-p^3q+\frac{2}{5}p^2q^2-\frac{8}{15}p^2q^2+\frac{3}{5}pq^3-\frac{6}{25}q^4=\frac{8}{9}p^4-p^3q-\frac{2}{15}p^2q^2+\frac{3}{5}pq^3-\frac{6}{25}q^4$

7 $3p(6p+11)-(6p-5)(3p+8)=$
$18p^2+33p-(18p^2+48p-15p-40)=18p^2+33p-18p^2-48p+15p+40=40$

8 $26pq-(9p-8q)(5p+2q)-(4q-3p)(15p+4q)=$
$26pq-(45p^2+18pq-40pq-16q^2)-(60pq+16q^2-45p^2-12pq)=$
$26pq-45p^2-18pq+40pq+16q^2-60pq-16q^2+45p^2+12pq=0$

9 $(-s^2+s-2)(8s-5)=-8s^3+5s^2+8s^2-5s-16s+10=-8s^3+13s^2-21s+10$